mclass Lớp học livestream

THẦY HỒ THỨC THUẬN

KÌ THI THPT QUỐC GIA 2020
Bài thi Môn: TOÁN HỌC

SIÊU PHẨM ĐỒ THỊ 2020 PHẦN 2
LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp Án	D	B	D	A	A	C	B	C	D	A
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp Án	D	A	C	C	D	B	B	C	C	A
Câu	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Đáp Án	C	B	C	D	C	D	C	B	C	D

Câu 1.

Lời giải:

Ta có: $f(x)<m-x^3-x \Leftrightarrow f(x)+x^3+x<m$.

Xét hàm số $g(x)=f(x)+x^3+x$ trên $x\in(-2;0)$.

Khi đó: $g'(x)=f'(x)+3x^2+1$

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta thấy trên khoảng $(-2;0)$ thì $f'(x)\geq -1$

$\Rightarrow \left[f'(x)+1\right]+3x^2\geq 0 \Leftrightarrow g'(x)\geq 0$ trên khoảng $(-2;0)$.

Do đó hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

Bảng biến thiên:

x	-2		0
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$		$\nearrow$	

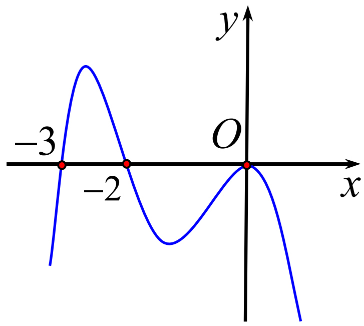
Mà $m>f(x)+x^3+x$ nghiệm đúng với mọi $x\in(-2;0)\Leftrightarrow m\geq g(0)=f(0)$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 2.

Lời giải:

Từ đồ thị hàm $f'(x)$ ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=-2 \\ x=0 \end{array}\right.$.



Ta có bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		-3		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Từ bảng xét dấu $f'(x)$ ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3;-2)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$ và $(-2;+\infty)$.

$\Rightarrow$Đáp án B đúng hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$ vì nằm trong khoảng $(-2;+\infty)$.

$\Rightarrow$Chọn đáp án B.

Câu 3.

Lời giải:

Sử dụng đường tròn lượng giác ta thấy $x \in \left(\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos x \in (0;1] \Rightarrow 2 < 3\cos x + 2 \le 5$.

Phương trình đã cho trở thành $f(3\cos x+2)=m \Leftrightarrow f(t)=m;\ t\in(2;5]$.

Dựa theo bảng biến thiên $t\in(2;5] \Rightarrow f(t)\in[1;3)$ nên $1\le m<3$ là điều kiện để phương trình có nghiệm.

$\Rightarrow$Chọn đáp án D.

Câu 4.

Lời giải:

Đặt $t=2|\cos x|$. Vì $x\in[-\pi;\pi]$ nên $t\in[0;2]$.

$\Rightarrow 3f(t)+2=0 \Leftrightarrow f(t)=-\frac{2}{3}$.

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(t)=-\frac{2}{3}$

có 1 nghiệm $t_0\in(0;1)$.

Suy ra $|\cos x|=\frac{t_0}{2}\in\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Với $\cos x=\frac{t_0}{2}$ thì phương trình đã cho có 2 nghiệm $\frac{-\pi}{2}<x_1<0<x_2<\frac{\pi}{2}$.

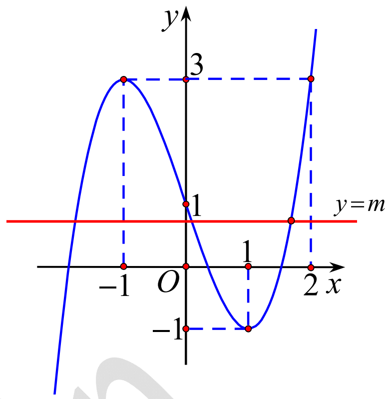
Với $\cos x=-\frac{t_0}{2}$ thì phương trình đã cho có 2 nghiệm $-\pi<x_3<-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}<x_4<\pi$.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-\pi;\pi]$.

$\Rightarrow$Chọn đáp án A.

Câu 5.

Lời giải:



Với $x \in \left[-\sqrt{2};\sqrt{3}\right) \Rightarrow 0 \le x^2 < 3 \Leftrightarrow 1 < 4 - x^2 \le 4 \Leftrightarrow 1 < \sqrt{4-x^2} \le 2$.

Vậy để phương trình $f\left(\sqrt{4-x^2}\right) = m$ có nghiệm thuộc nửa khoảng $\left[-\sqrt{2};\sqrt{3}\right)$

thì phương trình $f(x) = m$ có nghiệm thuộc nửa khoảng $(1;2]$.

Từ đồ thị suy ra: $-1 < m \le 3$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 6.

Lời giải:

Ta có $g'(x) = \left(3x^2+6x\right).f'\left(x^3+3x^2\right)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x^2+6x=0 \\ f'\left(x^3+3x^2\right)=0 \end{array}\right.$$

Phương trình $3x^2+6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Phương trình $f'\left(x^3+3x^2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3+3x^2=a<0 \\ x^3+3x^2=0 \\ x^3+3x^2=4 \\ x^3+3x^3=b>4 \end{array}\right.$.

Ta thấy: $x^3+3x^2=0 \Leftrightarrow x^2(x+3)=0 \Leftrightarrow x=0; x=-3$

Và $x^3+3x^2=4 \Leftrightarrow (x-1)(x+2)^2=0 \Leftrightarrow x=1; x=-2$.

Hàm số $h(x)=x^3+3x^2$ có $h'(x)=3x^2+6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm $h(x)$:

x	$-\infty$	-3		-2		0		1	$+\infty$
$h'(x)$			$+$	0	$-$	0	$+$		
$h(x)$	$-\infty$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$+\infty$

Dựa vào bảng biên thiên của hàm $h(x)$, ta có

Phương trình $x^3+3x^2=a<0$ có duy nhất một nghiệm $x_1<-3$.

Phương trình $x^3+3x^2=c>4$ có duy nhất một nghiệm $x_2>1$.

Do đó, phương trình $g'(x)=0$ có bốn nghiệm đơn phân biệt và hai nghiệm bội ba nên hàm số $y=g(x)$ có sáu điểm cực trị.

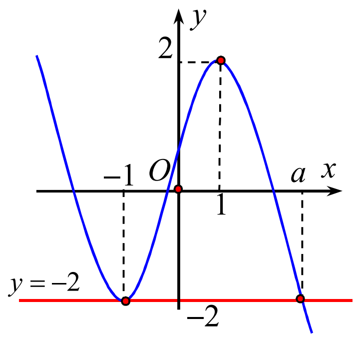
$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 7.

Lời giải:

Đặt $g(x)=f(x)+2x$ suy ra $g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)+2=0 \Leftrightarrow f'(x)=-2$ $(*)$

Nghiệm phương trình $(*)$ là số giao điểm giữa đồ thị $y=f'(x)$ với đường thẳng $y=-2$.



Dựa vào hình vẽ ta có: $(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=a>1 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $g'(x)$:

x	$-\infty$		-1		a		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu $g'(x)$ hàm số $g(x)=f(x)+2x$ có 1 cực trị tại $x=a$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án B.

Câu 8.

Lời giải:

Ta có: $g'(x)=2x.f'(x^2)=2x(x^2)^2(x^2-1)(x^2-4).u(x^2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Suy ra hàm số $g(x)=f(x^2)$ đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án C.

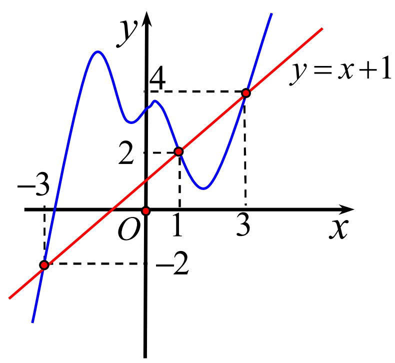
Câu 9.

Lời giải:

Ta có: $g'(x)=2f'(x)-2(x+1)=2[f'(x)-(x+1)]$

$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=x+1$ $(*)$.

Số nghiệm của phương trình $(*)$ là số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và đường thẳng $y=x+1$.



Dựa vào hình bên ta thấy giao tại 3 điểm $(-3;-2);(1;2);(3;4)$

$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu $g'(x)$:

x	$-\infty$		-3		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu $g'(x)$ ta thấy hàm số $y=g(x)=2f(x)-(x+1)^2$.

Đồng biến trên khoảng $(-3;1)$ và $(3;+\infty)$; nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$ và $(1;3)$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án D.

Câu 10.

Lời giải:

Phương trình $f\left(\sqrt{\frac{1}{2}+x}-\sqrt{\frac{1}{2}-x}\right)=m$ xác định trên $-\frac{1}{2}\le x\le\frac{1}{2}$.

Đặt $t=\sqrt{\frac{1}{2}+x}-\sqrt{\frac{1}{2}-x}$, $t\in[-1;1]$.

Với $t\in[-1;1]\Rightarrow f(t)\in[-1;3]$.

Để phương trình $f(t)=m$ có nghiệm khi và chỉ khi $-1\le m\le 3$, nhưng $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-1;0;1;2;3\}$

$\Rightarrow$ Chọn đáp án A.

Câu 11.

Lời giải:

Xét hàm $y=g(x)=f(1-x)+1$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$g'(x)=[f(1-x)+1]'=-f'(1-x)=-f'(t)$ với $t=1-x$.

Dựa vào bảng biến thiên:

- $f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-x=0\\1-x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2\end{array}\right.$.
- $f'(t)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t>3\\t<0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-x>3\\1-x<0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-2\\x>1\end{array}\right.$.
- $f'(t)<0\Leftrightarrow 0<t<3\Leftrightarrow 0<1-x<3\Leftrightarrow -2<x<1$.

Bảng xét dấu $g'(x)$:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g'(x)=-f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Từ bảng xét dấu $g'(x)$ ta thấy hàm số $y=g(x)=f(1-x)+1$.

Đồng biến trên khoảng $(-2;1)$; nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và $(1;+\infty)$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án D.

Câu 12.

Lời giải:

Ta có: $g(x)=f(2x^2-x)+6x^2-3x$

$\Rightarrow g'(x)=(4x-1)f'(2x^2-x)+12x-3=(4x-1)\left[f'(2x^2-x)+3\right]$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4x-1=0\\ f'(2x^2-x)=-3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{4}\\ 2x^2-x=-1\text{ (vô nghiệm)}\\ 2x^2-x=1\\ 2x^2-x=0\\ 2x^2-x=2\text{ (nghiệm kép loại)}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{4}\\ x=1\\ x=-\frac{1}{2}\\ x=0\\ x=\frac{1}{2}\end{array}\right..$$

Xét dấu $g'(x)$ ta được $g'(x)>0,\forall x\in\left(-\frac{1}{2};0\right)\cup\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)\cup(1;+\infty)$.

Suy ra $g(x)$ đồng biến trên các khoảng $\left(-\frac{1}{2};0\right)$ và $\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)$ và $(1;+\infty)$.

Mà $\left(-\frac{1}{4};0\right)\subset\left(-\frac{1}{2};0\right)$ nên hàm số $g(x)=f(2x^2-x)+6x^2-3x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{4};0\right)$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

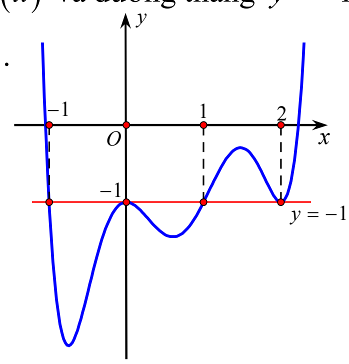
Câu 13.

Lời giải:

Ta có: $g'(x)=-1-f'(x)$; $g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=-1\ (*)$.

Số nghiệm của phương trình $(*)$ là số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và đường thẳng $y=-1$.

Dựa vào hình bên ta thấy giao tại 4 điểm $(-1;-1)$; $(0;-1)$; $(1;-1)$; $(2;-1)$.



$$\Rightarrow(*)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=0\\ x=1\\ x=2\end{array}\right..$$

Bảng xét dấu $g'(x)$:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Từ bảng xét dấu $g'(x)$ ta thấy hàm số $y=g(x)=-x-f(x)$ có 2 điểm cực trị tại $x=-1$; $x=1$ trong đó cực đại tại $x=1$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 14.

Lời giải:

Ta có $g'(x)=(3x^2+6x).f'(x^3+3x^2)-6x^2-12x$.

$=(3x^2+6x)\left[f'(x^3+3x^2)-2\right]$

$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x^2+6x=0\\ f'(x^3+3x^2)=2\end{array}\right.$.

Phương trình $3x^2+6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-2\end{array}\right.$.

Phương trình $f'(x^3+3x^2)=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3+3x^2=a<0\\ x^3+3x^2=b\in(0;2)\\ x^3+3x^2=c\in(2;4)\\ x^3+3x^3=d>4\end{array}\right.$.

Hàm số $h(x)=x^3+3x^2$ có $h'(x)=3x^2+6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm $h(x)$:

x	$-\infty$	-3		-2		0		1	$+\infty$
$h'(x)$			$+$	0	$-$	0	$+$		
$h(x)$	$-\infty$	0	↗	4	↘	0	↗	4	$+\infty$

Dựa vào bảng biên thiên của hàm $h(x)$, ta có

Phương trình $x^3+3x^2=a<0$ có duy nhất một nghiệm $x_1<-3$.

Phương trình $x^3+3x^2=d>4$ có duy nhất một nghiệm $x_2>1$.

Phương trình $x^3+3x^2=b\in(0;2)$ có ba nghiệm phân biệt không trùng với các nghiệm trên.

Phương trình $x^3+3x^2=c\in(2;4)$ có ba nghiệm phân biệt không trùng với các nghiệm trên.

Do đó, phương trình $g'(x)=0$ có mười nghiệm đơn phân biệt nên hàm số $y=g(x)$ có mười điểm cực trị.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 15.

Lời giải:

Ta có: $f'(x)=(1-x)(x+2)g(x)+1\Rightarrow f'(1-x)=x(3-x)g(1-x)+1$.

Mặt khác: $y'=-f'(1-x)+1=-\left[x(3-x)g(1-x)+1\right]+1=-x(3-x)g(1-x)$.

Hàm số $y=f(1-x)+x+2$ nghịch biến $\Rightarrow y'<0\Leftrightarrow -x(3-x)g(1-x)<0\ (*)$.

Do $g(x)<0;\ \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow g(1-x)<0;\ \forall x\in\mathbb{R}$.

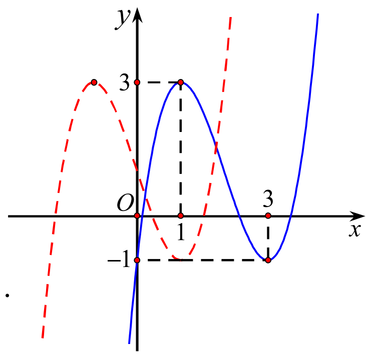
$\Rightarrow(*)\Leftrightarrow x(3-x)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>3\\ x<0\end{array}\right.$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 16.

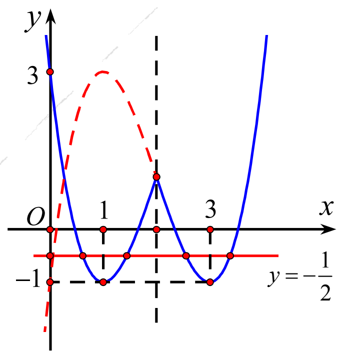
Lời giải:

Đồ thị hàm số $y=f(x-2)$ là tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ sang phải 2 đơn vị ta được đồ thị như hình bên.



Khi đó đồ thị hàm số $f(|x-2|)$ được vẽ như sau:

- Giữ nguyên phần đồ thị bên phải đường thẳng $x=2$.
- Bỏ phần đồ thị trên trái đường thẳng $x=2$.
- Lấy đối xứng đường thẳng bên phải đường thẳng $x=2$ qua đường thẳng $x=2$.



Dựa vào đồ thị hàm số $f(|x-2|)$ đường thẳng $-\frac{1}{2}$ cắt đồ thị tại 4 điểm phân biệt khi đó phương trình $f(|x-2|)=-\frac{1}{2}$ có 4 nghiệm phân biệt.

⇒ Chọn đáp án B.

Câu 17.

Lời giải:

Xét hàm số: $y=f(3x+2)-x^2+2x-2019$ có biểu thức đạo hàm:

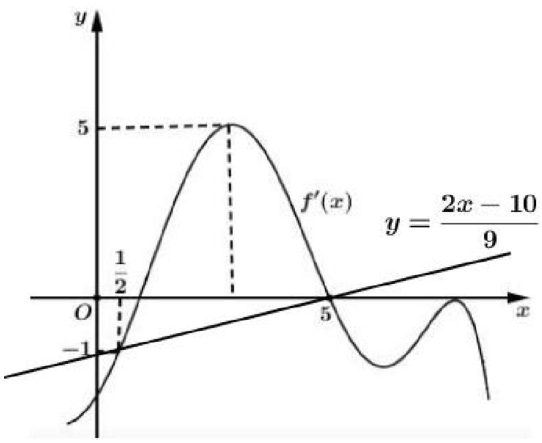
$y'=g'(x)=3f'(3x+2)-2x+2$.

Hàm số đồng biến khi $g'(x)\ge 0 \Leftrightarrow 3f'(3x+2)-2x+2\ge 0 \Leftrightarrow f'(3x+2)\ge \frac{2x-2}{3}$.

Đặt $t=3x+2 \Rightarrow x=\frac{t-2}{3} \Rightarrow f'(t)\ge \frac{2.\frac{t-2}{3}-2}{3}=\frac{2t-10}{9}\ (*)$.

Nghiệm của $(*)$ tương ứng là phần đồ thị hàm số $y=f'(t)$ nằm trên đường thẳng $y=\frac{2t-10}{9}$.

(dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ và đồ thị hàm số $y=\frac{2x-10}{9}$).



Quan sát thấy đồ thị hàm số $y=f'(t)$ và $y=\frac{2t-10}{9}$ cắt nhau tại hai điểm có tọa độ là $\left(\frac{1}{2};-1\right)$ và $(5;0)$.

Suy ra: $\frac{1}{2}\le t\le 5 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\le 3x+2\le 5 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\le x\le 1$.

⇒ Chọn đáp án B.

Câu 18.

Lời giải:

Đặt: $g(x) = f(2x)$

Ta có: $g'(x) = \left[f(2x)\right]' = 2.f'(2x) = 0 \Leftrightarrow f'(2x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = -1 \\ 2x = 0 \\ 2x = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{1}{2} \\ x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

và $g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(2x) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x < -1 \\ 0 < 2x < 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -\dfrac{1}{2} \\ 0 < x < 1 \end{array}\right.$.

$g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(2x) < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 < 2x < 0 \\ 2x > 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\dfrac{1}{2} < x < 0 \\ x > 1 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $y = g'(x)$:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

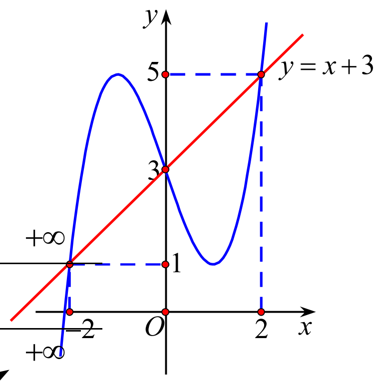
Dựa vào bảng xét dấu $y = g'(x)$ suy ra hàm số $y = f(2x)$ đạt cực đại tại $x = 1$ và $x = -\dfrac{1}{2}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 19.

Lời giải:

Khi đó: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x + 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.



Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(-2)$	$\nearrow$	$g(0)$	$\searrow$	$g(2)$	$\nearrow$	$+\infty$

$\Rightarrow g(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$, nghịch biến trên $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

Do đó: $\begin{cases} g(0) > g(-2) \\ g(0) > g(2) \\ g(-4) > g(-2) \\ g(4) > g(2) \end{cases}$. Vậy $g(4) > g(2)$ là đúng.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 20.

Lời giải:

Đặt $g(x)=f(\cos x)+x^2-x \Rightarrow g'(x)=-\sin x.f'(\cos x)+2x-1$.

Do $-1\le \cos x\le 1 \Rightarrow -1\le f'(\cos x)\le 1 \Rightarrow -1\le -\sin x.f'(\cos x)\le 1,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Vì $g'(x)=-\sin x.f'(\cos x)+2x-1\ge -1+2x-1=2x-2$ nên $g'(x)>0,\ \forall x>1$.

Vậy hàm số $g(x)=f(\cos x)+x^2-x$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)\supset(1;2)$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 21.

Lời giải:

Xét hàm số: $y=3f\left(-x^4+4x^2-6\right)+2x^6-3x^4-12x^2$

Ta có: $y'=3\left(-4x^3+8x\right)\left[f'\left(-x^4+4x^2-6\right)\right]+12x\left(x^4-x^2-2\right)$

$\Leftrightarrow y'=-12x\left(x^2-2\right)\left[f'\left(-x^4+4x^2-6\right)-\left(x^2+1\right)\right]$

Nhận xét rằng, vì $-x^4+4x^2-6=-\left(x^2-2\right)^2-2\le -2$ nên $f'\left(-x^4+4x^2-6\right)\le 0$, với $\forall x\in\mathbb{R}$

Suy ra $f'\left(-x^4+4x^2-6\right)-\left(x^2+1\right)<0$, với $\forall x\in\mathbb{R}$.

Khi đó: $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $y=3f\left(-x^4+4x^2-6\right)+2x^6-3x^4-12x^2$ có hai điểm cực tiểu.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 22.

Lời giải:

Đặt: $t=2-x$ thì phương trình $f(2-x)-1=0$ trở thành $f(t)=1$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(t)=1$ có ba nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} t<0 \\ 0<t<1 \\ t>1 \end{array}\right.$.

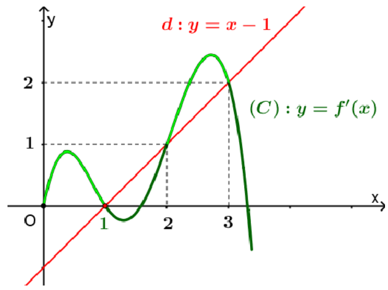
Mà mỗi giá trị của t cho duy nhất một giá trị của x $(x=2-t)$.

Vậy phương trình $f(2-x)-1=0$ cũng có ba nghiệm phân biệt.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 23.

Lời giải:



$g'(x) = f'(x) - x + 1$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x - 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

Từ đồ thị $(C): y = f'(x)$ và $d: y = x - 1$;

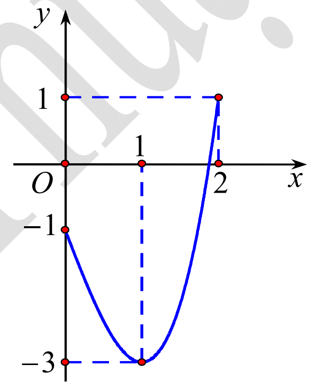
$g'(x) \ge 0 \Leftrightarrow f'(x) \ge x - 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in (0;1] \\ x \in [2;3] \end{array}\right.$.

Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên các khoảng $(0;1)$ và $(2;3)$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 24.

Lời giải:



Ta có $x \in [-2;2]$. Đặt $t = \sqrt{4 - x^2} \Rightarrow t \in [0;2]$.

Suy ra $f(t) \in [-3;1]$. Khi đó đồ thị hình vẽ mới là:

Lưu ý: $t \in [0;2)$ thì sinh ra 2 nghiệm x

và khi $t = 2$ thì chỉ sinh ra một nghiệm $x = 0$.

Dựa vào đồ thị mới, để phương trình có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow m \in (-1;1) \cup \{-3\}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 25.

Lời giải:

Đặt $t = x^2 - 2x$, $x \in \left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$.

Xét hàm $f(x) = x^2 - 2x$ với $x \in \left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$.

$f'(x) = 2x - 2;\ f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên :

x	$-\frac{3}{2}$		1		$\frac{7}{2}$
$f'(x)$		$-$	**0**	$+$	
$f(x)$	$\frac{21}{4}$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$\frac{21}{4}$

Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow t \in \left[-1;\frac{21}{4}\right]$.

Ta có : $f\left(x^2-2x\right)=m\ \ (1)\ \Leftrightarrow f(t)=m\ \ (2)$.

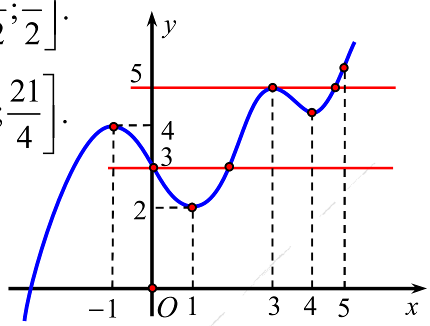
Ta thấy, với ***mỗi giá trị*** $t \in \left(-1;\frac{21}{4}\right]$ ta tìm được ***hai giá trị*** của $x \in \left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]$.

Do đó, phương trình (1) có 4 nghiệm thực phân biệt thuộc $\left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]$.

$\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có ***hai nghiệm thực phân biệt*** thuộc $\left(-1;\frac{21}{4}\right]$.

$\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(t)$.

tại hai điểm phân biệt có hoành độ thuộc $\left(-1;\frac{21}{4}\right]$.



Dựa vào đồ thị ta thấy có hai giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu là $m=3$ và $m=5$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án C.

Câu 26.

Lời giải:

Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$. Khi đó: $g(x)=f\left(x^2-3\right) \Rightarrow g'(x)=2xf'\left(x^2-3\right)$

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f'\left(x^2-3\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-3=-2 \\ x^2-3=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$$

$f'\left(x^2-3\right)<0 \Leftrightarrow x^2-3<-2 \Leftrightarrow x^2<1 \Leftrightarrow -1<x<1$

Bảng xét dấu :

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu suy ra $g(x)$ có 2 cực tiểu.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án D.

Câu 27.

Lời giải:

Ta có $\left|f(x+3)\right|+1-m=0 \Leftrightarrow \left|f(x+3)\right|=m-1$.

Số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm của đường thẳng $y=m-1$ và đồ thị hàm số $y=\left|f(x+3)\right|$.

Đồ thị hàm số $y=f(x+3)$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ sang bên trái 3 đơn vị.

Suy ra phương trình $\left|f(x+3)\right|+1-m=0$ có ba nghiệm phân biệt khi đường thẳng $y=m-1$ và đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có ba giao điểm.

Dựa bào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$, ta có bảng biến thiên của hàm số $y=\left|f(x)\right|$:

x	$-\infty$		x_1		-1		x_2		3		x_3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm $y=\left|f(x)\right|$.

Để phương trình có 3 nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-1=5 \\ m-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=6 \\ m=1 \end{array}\right.$

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn là $m=1, m=6$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 28.

Lời giải:

Bất phương trình $\Leftrightarrow m<f(x)+\frac{1}{3}x^3-x^2;\ \forall x\in(0;3)$.

$\Leftrightarrow m<\min\limits_{(0;3)} g(x)$, với $g(x)=f(x)+\frac{1}{3}x^3-x^2$.

Xét hàm số $g(x)$ trên khoảng $(0;3)$, có $g'(x)=f'(x)+x^2-2x$.

Với $0<x<3 \Rightarrow -1\le x^2-2x<3$ và từ hình vẽ $\Rightarrow 1<f'(x)\le 3$.

Do đó $6>f'(x)+x^2-2x>0 \Leftrightarrow g'(x)>0;\ \forall x\in(0;3)$.

Suy ra $g(x)$ là hàm số đồng biến trên $(0;3) \Rightarrow \min\limits_{(0;3)} g(x)=\lim\limits_{x\to 0} g(x)=f(0)$.

Xét điều kiện xảy ra dấu bằng, ta được $m\le f(0)$ là giá trị cần tìm.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 29.

Lời giải:

Ta có $t=4\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)=4\left[\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)^2-2\sin^2 x.\cos^2 x\right]=4\left(1-\frac{1}{2}\sin^2 2x\right)=4-2\sin^2 2x$.

Do đó $t\in[2;4]$.

Dựa vào đồ thị hàm số:

Ta có $M=\max\limits_{x\in\mathbb{R}} g(x)=\max\limits_{[2;4]} f(t)=7$, $m=\min\limits_{x\in\mathbb{R}} g(x)=\min\limits_{[2;4]} f(t)=2$.

Vậy $2M+3m=2.7+3.2=20$.

⇒ Chọn đáp án C.

Câu 30.

Lời giải:

$$y=g(x)=f\left(x^2\right)+\frac{x^4}{2}+\frac{2x^3}{3}-6x^2 \Rightarrow g'(x)=2xf'\left(x^2\right)+2x^3+2x^2-12x$$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ f'\left(x^2\right)+x^2+x-12=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ f'\left(x^2\right)-\left(-x^2-x+12\right)=0\end{array}\right..$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-4		-2		-1		0		1		2		3		$+\infty$
x		$-$	|	$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	|	$+$	
$f'\left(x^2\right)$		$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	
$-x^2-x+12$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	|	$+$	|	$+$	|	$+$	0	$-$	
$g'(x)$		$-$	|		|	$+$	|		|		|	$-$	|		|	$+$	

Ô bôi đỏ là chưa thể xác định dấu do dấu $f'\left(x^2\right)$ và $-x^2-x+12$ cùng dấu.

Vậy hàm số đồng biến trên $(-2;-1)$ và $(3;+\infty)$.

⇒ Chọn đáp án D.