mclass Lớp học livestream

THẦY HỒ THỨC THUẬN

KÌ THI THPT QUỐC GIA 2020
Bài thi Môn: TOÁN HỌC

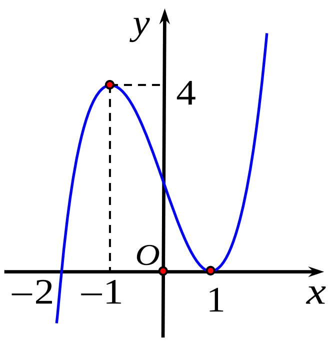
SIÊU PHẨM ĐỒ THỊ 2020 PHẦN 1
LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp Án	B	A	A	A	D	B	B	A	B	B
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp Án	D	B	C	A	D	C	D	A	C	B
Câu	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Đáp Án	C	A	C	A	C	A	A	A	C	D

Câu 1.

Lời giải:

Từ đồ thị hàm $f'(x)$ ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \end{array}\right.$.



Ta có bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu $f'(x)$ ta thấy:

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

$\Rightarrow$Đáp án B với hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ là sai.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 2.

Lời giải:

Ta có: $\sqrt{x+1}+\sqrt{7-x} \le \sqrt{\left(1^2+1^2\right)(x+1+7-x)}=4$.

Dấu "=" xảy ra khi $1+x=7-x \Leftrightarrow x=3$.

Ta có : $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(3)=3$.

Do đó bất phương trình $f(x)+\sqrt{x+1}+\sqrt{7-x} \ge m$ có nghiệm thuộc $[-1;3]$ khi và chỉ khi

$m \le \max\limits_{[-1;3]}\left(f(x)+\sqrt{x+1}+\sqrt{7-x}\right)=4+3=7$. Vậy $m \le 7$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 3.

Lời giải:

Điều kiện: $-2 \le x \le 2$.

Đặt $t = 3 - \sqrt{4 - x^2} \Rightarrow t' = \dfrac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$

x	$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{3}$
t'		$-$	0	$+$	
t	$3-\sqrt{2}$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2

Khi đó $f\left(3 - \sqrt{4 - x^2}\right) = m \quad (1)$ trở thành phương trình $f(t) = m \quad (2)$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\sqrt{2}; \sqrt{3}\right]$

$\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có đúng một nghiệm $t \in \left(1; 3 - \sqrt{2}\right] \Leftrightarrow m \in \left(-1; f\left(3 - \sqrt{2}\right)\right]$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 4.

Lời giải:

Phương trình $\left(\left[f\left(x^2 - 2\right)\right]^2\right)' = 0 \Leftrightarrow 4x.f\left(x^2 - 2\right).f'\left(x^2 - 2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f\left(x^2 - 2\right) = 0 \\ f'\left(x^2 - 2\right) = 0 \end{array}\right.$.

Xét phương trình: $f\left(x^2 - 2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - 2 = 2 \\ x^2 - 2 = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 2 \\ x = 0 \end{array}\right.$.

Xét phương trình: $f'\left(x^2 - 2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - 2 = 2 \\ x^2 - 2 = 0 \\ x^2 - 2 = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 2 \\ x = \pm\sqrt{2} \\ x = 0 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình đang xét có 3 nghiệm nguyên là $\{0; 2; -2\}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

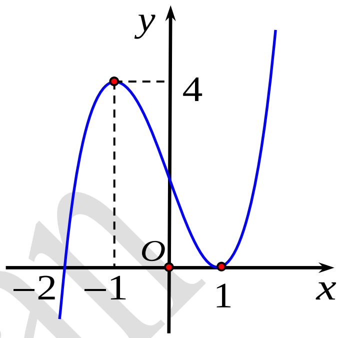
Câu 5.

Lời giải:

Từ đồ thị hàm $f'(x)$ ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	



Từ bảng xét dấu $f'(x)$:

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$.

$\Rightarrow$Đáp án D với hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=-2$.

$\Rightarrow$Chọn đáp án D.

Câu 6.

Lời giải:

Ta có: $-\pi \le x \le \frac{3\pi}{2} \Leftrightarrow -1 \le \sin x \le 1 \Leftrightarrow 0 \le t \le 2 \ (t=\sin x+1)$

Xét hàm số: $y=f(t)=t^3-3t+1$ trên $0 \le t \le 2$

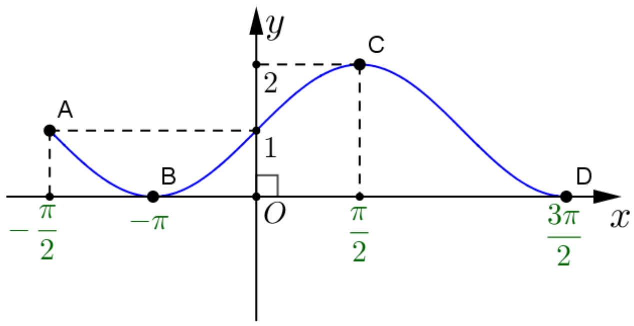
$f'(t)=3t^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-1 \end{array}\right.$.

x	0		1		2
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3

$\Rightarrow -1 \le f(t) \le 3; \forall t \in [0;2]$

$f(t)=m$ có nghiệm $\Leftrightarrow -1 \le m \le 3, m \in Z \Rightarrow m=-1;0;1;2;3$.

Đặt $t=\sin x+1$, với $x \in \left[-\pi;\frac{3\pi}{2}\right]$ ta có $t \in [0;2]$, đồ thị hàm số $y=\sin x+1$ như hình vẽ



Trường hợp 1: $m=-1 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow 3$ nghiệm *(loại)*.

Trường hợp 2: $m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=t_1\ (0<t_1<1) \Rightarrow 3n \\ t=t_2\ (1<t_2<2) \Rightarrow 2n \end{array}\right.$ *(thỏa mãn)*

Trường hợp3: $m=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \Rightarrow 2n \\ t=t_2 (1<t<2) \Rightarrow 2n \end{array}\right.$ *(loại)*

Trường hợp 4: $\left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=3 \end{array}\right. \Rightarrow t=t_2\,(1<t_2<2) \Rightarrow 2n$ *(loại)*

Vậy có 1 giá trị $m=0$ *thỏa mãn.*

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 7.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$. Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 8.

Lời giải:

Xét hàm số $y=f\left(x^2-2\right)$ ta có $y'=2x.f'\left(x^2-2\right)$.

Giải phương trình $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f'\left(x^2-2\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-2=2 \\ x^2-2=0 \\ x^2-2=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 2 \\ x=\pm\sqrt{2} \\ x=0 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		2		$+\infty$
$2x$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Từ bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 9.

Lời giải:

Đặt $t=\sin x+\sqrt{3}\cos x$.

$t'(x)=\cos x-\sqrt{3}\sin x=0\Leftrightarrow \tan x=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$.

Bảng biến thiên:

x	$-\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{6}$		π
$t'(x)$		$+$	0	$-$	
$t(x)$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\sqrt{3}$

t

Phương trình (1) trở thành $f(t)=m\ (2)$.

Vẽ lại bảng biến thiên đề cho:

t	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		1		2		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(t)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

m

Dựa vào bảng biến thiên, ta có phương trình (1) có đúng 2 nghiệm phân biệt trên khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{6};\pi\right)$ khi và chỉ khi phương trình (2) có đúng 1 nghiệm $t\in(1;2)$, các nghiệm khác (nếu có) nằm ngoài $\left(-\sqrt{3};2\right]$.

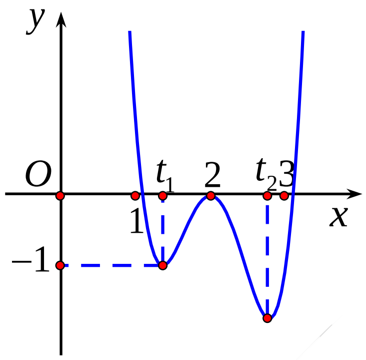
$\Rightarrow m\in[3;5)\Rightarrow$ có 2 giá trị m nguyên thỏa đề.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 10.

Lời giải:

Ta có: $y'=f'(x).f'(f(x)+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f'(x)=0 & (1) \\ f'(f(x)+2)=0 & (2) \end{array}\right.$



Dựa vào đồ thị:

Phương trình $(1) \Leftrightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=t_1\,(1<t_1<2) \\ x=2 \\ x=t_2\,(2<t_2<3) \end{array}\right.$.

Vậy phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt.

Đặt $u=f(x)+2$ khi đó phương trình $(2) \Leftrightarrow f'(u)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=t_1 \\ u=2 \\ u=t_2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)+2=t_1 \\ f(x)+2=2 \\ f(x)+2=t_2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{lr} f(x)=t_1-2\ \ (-1<t_1-2<0) & (I) \\ f(x)=0 & (II) \\ f(x)=t_2-2\ \ (0<t_2-2<1) & (III) \end{array}\right.$.

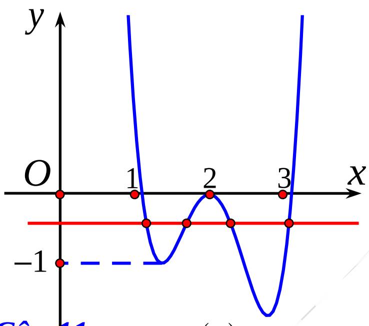
Xét phương trình $(I) \Leftrightarrow f(x)=t_1-2$ có 4 giao điểm ứng với bốn nghiệm.

Xét phương trình $(II) \Leftrightarrow f(x)=0$ có 3 giao điểm ứng với ba nghiệm (1 nghiệm kép tại $x=2$) nên có 2 nghiệm thỏa mãn.

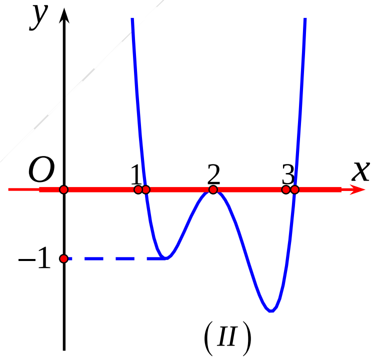
Xét phương trình $(III) \Leftrightarrow f(x)=t_2-2$ có 2 giao điểm ứng với hai nghiệm.

Vậy tổng có $3+4+2+2=11$ cực trị.

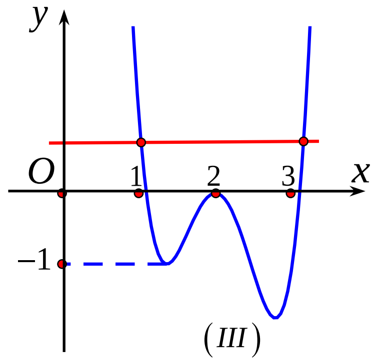
$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***



(I)



(II)



(III)

Câu 11.

Lời giải:

Xét hàm $g(x)=f(2-x)-2$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$g'(x)=\left[f(2-x)-2\right]'=-f'(2-x)=-f'(t)$ với $t=2-x$.

Dựa vào bảng biến thiên:

- $f'(t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-x=0 \\ 2-x=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=0 \end{array}\right.$.
- $f'(t)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t>2 \\ t<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-x>2 \\ 2-x<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<0 \\ x>2 \end{array}\right.$.
- $f'(t)<0 \Leftrightarrow 0<t<2 \Leftrightarrow 0<2-x<2 \Leftrightarrow 0<x<2$.

Bảng xét dấu $g'(x)$:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g'(x)=-f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Từ bảng xét dấu $g'(x)$ ta thấy hàm số $y=g(x)=f(2-x)-2$.

Đồng biến trên khoảng $(0;2)$; nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 12.

Lời giải:

Ta có: $g'(x)=f'(x-2018)-2019=0 \Leftrightarrow f'(x-2018)=2019$.

Đặt: $t=x-2018 \Rightarrow f'(t)=2019$. Dựa vào đồ thị $f'(t)=2019 \Leftrightarrow t=t_0 \ (t_0>1)$.

Khi đó: $x-2018=t_0 \Rightarrow x=t_0+2018$.

Bảng xét dấu:

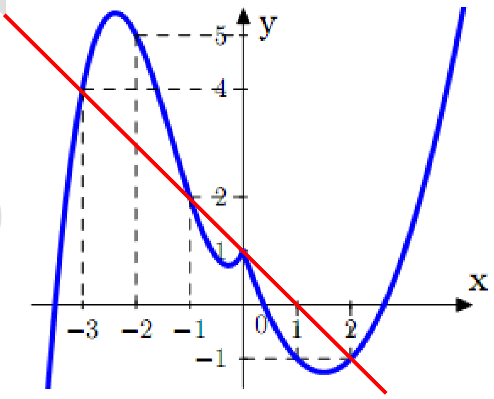
x	$-\infty$		t_0+2018		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0

Hàm số $g(x)$ chỉ có một điểm cực trị.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 13.

Lời giải:



Bất phương trình $\left[f(x)+x-1\right]\left(x^2-x-6\right)>0$ có nghiệm khi:

Trường hợp 1 : $\begin{cases} x^2-x-6>0 \\ f(x)+x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<-2 \\ x>3 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} -3<x<-1 \\ x>2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -3<x<-2 \\ x>3 \end{array}\right.$

Trường hợp 2 : $\begin{cases} x^2-x-6<0 \\ f(x)+x-1<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2<x<3 \\ \left[\begin{array}{l} x<-3 \\ -1<x<2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow -1<x<2$

Từ hai trường hợp trên ta được các nghiệm nguyên thuộc $(-10;10)$ là $\{0;1;4;5;6;7;8;9\}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 14.

Lời giải:

Đặt $t=\ 3-4\sqrt{6x-9x^2}$.Điều kiện: $x\in\left[0;\frac{2}{3}\right]$.

Ta có $t'=-2\left(\frac{6-18x}{\sqrt{6x-18x^2}}\right);t'=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$.

Từ đó $t(0)=3;t\left(\frac{2}{3}\right)=3;t\left(\frac{1}{3}\right)=-1$. Suy ra $t\in[-1;3]$.

Phương trình đã cho trở thành: $f(t)=\frac{m-3}{2},\forall t\in[-1;3]$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -5\le\frac{m-3}{2}\le 1\Leftrightarrow -7\le m\le 5$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-7;-6;-5;...;3;4;5\}$. Vậy có 13 giá trị nguyên của tham số *m.*

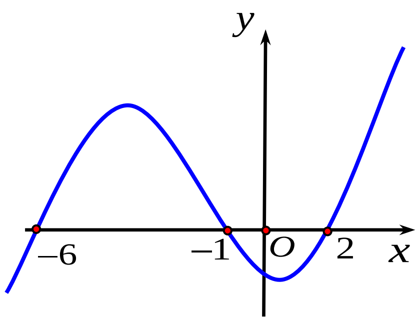
$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 15.

Lời giải:

Xét hàm $g(x)=f\left(3-x^2\right)$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$

$y'=\left[f\left(3-x^2\right)\right]'=-2xf'\left(3-x^2\right)$ với $t=3-x^2$.



Dựa vào đồ thị:

- $f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=2 \\ t=-6 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} 3-x^2=-1 \\ 3-x^2=2 \\ 3-x^2=-6 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\pm 2 \\ x=\pm 1 \\ x=\pm 3 \end{array}\right.$.

- $f'(t)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t>2 \\ -6<t<-1 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} 3-x^2>2 \\ -6<3-x^2<-1 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x^2<1 \\ 4<x^2<9 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} -1<x<1 \\ 2<x<3 \\ -3<x<-2 \end{array}\right.$.

- $f'(t)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t<-6 \\ -1<t<2 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} 3-x^2<-6 \\ -1<3-x^2<2 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x^2>9 \\ 1<x^2<4 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x>3 \\ x<-3 \\ -2<x<-1 \\ 1<x<2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $g'(x)$*:*

x	$-\infty$		-3		-2		-1		0		1		2		3		$+\infty$
$-2x$		$+$	|	$+$	|	$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	|	$-$	|	$-$	
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu $g'(x)$ ta thấy hàm số $g(x)=f(3-x^2)$.

Đồng biến trên khoảng $(-3;-2)$; $(-1;0)$; $(1;2)$ và $(3;+\infty)$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án D.

Câu 16.

Lời giải:

Ta có $y'=-f'(1-x)+2019=\left[(1-x)^2-4\right]g(1-x)=(x^2-2x-3)g(1-x)$

Do $g(x)<0, \forall x\in\mathbb{R}$ nên $g(1-x)<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. $y'<0 \Leftrightarrow x^2-2x-3>0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

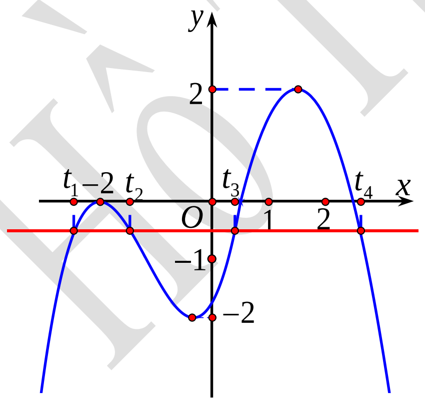
$\Rightarrow$ Chọn đáp án C.

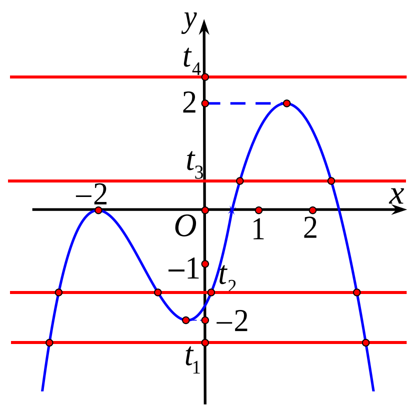
Câu 17.

Lời giải:

Phương trình $2f(f(x))+1=0 \Leftrightarrow f(f(x))=-\dfrac{1}{2}$. Đặt $f(x)=t$ có $f(t)=-\dfrac{1}{2}$

Từ đồ thị ta có phương trình $f(t)=-\dfrac{1}{2}$ có 4 nghiệm t_1,t_2,t_3,t_4 thỏa mãn: $\begin{cases} t_1<-2 \\ -2<t_2<0 \\ 0<t_3<2 \\ t_4>2 \end{cases}$





Với $t_1<-2 \Leftrightarrow f(x)<-2$ thì phương trình $f(x)=t_1$ có 2 nghiệm

Với $-2<t_2<0 \Leftrightarrow -2<f(x)<0$ thì phương trình $f(x)=t_2$ có 4 nghiệm

Với $0<t_3<2 \Leftrightarrow 0<f(x)<2$ thì phương trình $f(x)=t_3$ có 2 nghiệm

Với $t_4>2 \Leftrightarrow f(x)>2$ thì phương trình $f(x)=t_4$ vô nghiệm

Do đó phương trình $2f(f(x))+1=0$ có 8 nghiệm

$\Rightarrow$ Chọn đáp án D.

Câu 18.

Lời giải:

Ta có: $h'(x) = f'(x+3) - 2g'\left(2x - \frac{7}{2}\right)$.

Đặt: $\begin{cases} u = x+3 \\ v = \left(2x - \frac{7}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow h'(x) = f'(u) - 2g'(v)$.

Do hàm số $h(x)$ đồng biến do đó: $h'(x) = f'(u) - 2g'(v) > 0 \Leftrightarrow f'(u) > 2g'(v)$.

Dựa vào đồ thị ta có: $\max g'(v) = 5 \Rightarrow \max\left[2g'(v)\right] = 10; \forall v \in \mathbb{R}$.

Mặt khác: $f'(u) > 10 \Leftrightarrow u \in (3;8) \Rightarrow \begin{cases} u \in (3;8) \\ v \in (3;8) \end{cases}$ thì $f'(u) > 2g'(v)$.

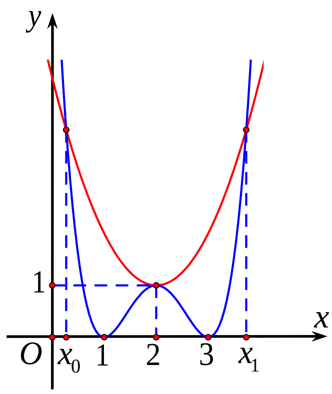
$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 < x+3 < 8 \\ 3 < 2x - \frac{7}{2} < 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 5 \\ \frac{13}{4} < x < \frac{23}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{13}{4} < x < 5$.

Đối chiếu với đáp án $\Rightarrow \left(\frac{13}{4}; 4\right) \subset \left(\frac{13}{4}; 5\right)$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 19.

Lời giải:



Ta có: $g'(x) = f'(x) - x^2 + 4x - 5$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x^2 - 4x + 5$.

Bằng đồ thị suy ra : $f'(x) = x^2 - 4x + 5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = x_0 \\ x = x_1 \\ x = 2 \end{array}\right.$ với $x_0 < 1,\ x_1 > 3$

Bảng xét dấu $g'(x)$:

x	$-\infty$		x_0		2		x_1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

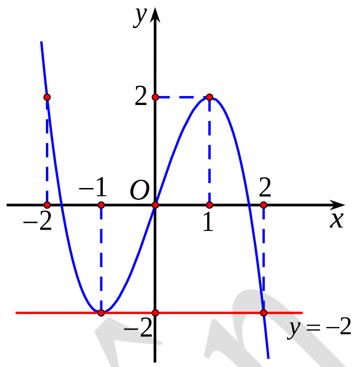
Từ bảng xét dấu suy ra $g(x)$ có hai cực trị tại $\left[\begin{array}{l} x = x_0 \\ x = x_1 \end{array}\right.$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 20.

Lời giải:

Ta có: $f\left(f\left(x\right)\right)=-2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f\left(x\right)=-1\\ f\left(x\right)=2\end{array}\right.$

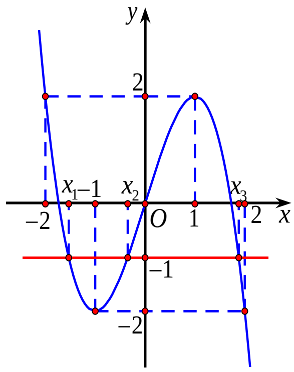


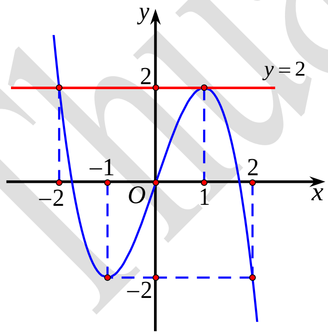
Với $f\left(x\right)=-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=x_1\left(-2<x_1<-1\right)\\ x=x_2\left(-1<x_2<0\right)\\ x=x_3\left(1<x_3<2\right)\end{array}\right.$

Với $f\left(x\right)=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=x_4=1\\ x=x_5=-2\end{array}\right.$.

$\Rightarrow$ Phương trình đã cho có 5 nghiệm phân biệt.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***





Câu 21.

Lời giải:

Ta có: $g'\left(x\right)=2f\left(x\right)f'\left(x\right); g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f\left(x\right)=0\\ f'\left(x\right)=0\end{array}\right.$.

Mặt khác: $f\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-2\\ x=1\end{array}\right.$ và $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-1\\ x=1\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $g'\left(x\right)$:

x	$-\infty$		-2		-1		1		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		+	|	+	0	−	0	+	
$f\left(x\right)$		−	0	+	|	+	0	+	
$g'\left(x\right)$		−	0	+	0	−	0	+	

Dựa vào bảng biến thiên hàm số $g\left(x\right)=f^2\left(x\right)$ có 3 điểm cực trị.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 22.

Lời giải:

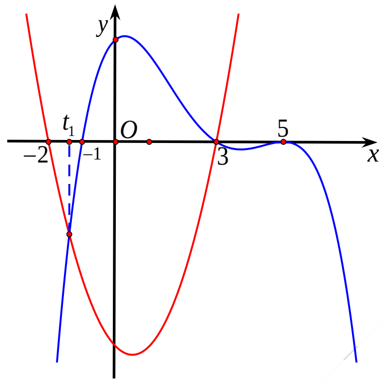
Ta có $g'(x)=-f'(1-x)+x^2-x-6 \Leftrightarrow g'(x)=-f'(1-x)+(1-x)^2-(1-x)-6$.

Hàm số $g(x)$ nghịch biến $\Leftrightarrow g'(x)\le 0 \Leftrightarrow -f'(1-x)+(1-x)^2-(1-x)-6<0$ (1).

Đặt $t=1-x$, (1) trở thành $-f'(t)+t^2-t-6\le 0 \Leftrightarrow f'(t)\ge t^2-t-6$.

Vẽ đồ thị hàm số $y=f'(t)$ và $y=t^2-t-6$

(Hình vẽ).



Từ đồ thị hàm số ta có $f'(x)\ge t^2-t-6 \Leftrightarrow t_1\le t\le 3$, với $t_1\in(-2;-1)$ hay $t_1\le 1-x\le 3 \Leftrightarrow -2\le x\le 1-t_1$

Suy ra hàm số luôn nghịch biến trên khoảng $(-2;2)$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 23.

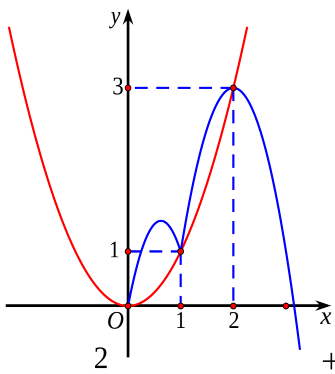
Lời giải:

Xét hàm số $y=3f(x)-x^3$.

Ta có: $y'=3f'(x)-3x^2$;

$y'=0 \Leftrightarrow f'(x)-x^2=0 \Leftrightarrow f'(x)=x^2$.

Ta vẽ thêm đồ thị hàm số $y=x^2$ với đồ thị $y=f'(x)$.



Bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		0				$3f(2)-8$		$-\infty$

$y=0$

Ta có: $f(0)=0$ nên từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $y=\left|3f(x)-x^3\right|$ có đồ thị được xây dựng từ đồ thị hàm số $y=3f(x)-x^3$ bằng cách bỏ phần phía dưới trục hoành và lấy đối xứng phần bị bỏ qua trục hoành.

Do đó hàm số $y=\left|3f(x)-x^3\right|$ đồng biến trên $(0;2)$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 24.

Lời giải:

Đặt $t=2\sin x$. Vì $x\in[-\pi;\pi]$ nên. $t\in[-2;2]$.

$\Rightarrow 3f(t)+1=0 \Leftrightarrow f(t)=-\dfrac{1}{3}$.

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(t)=-\dfrac{1}{3}$ có 2 nghiệm $t_1\in(-2;0)$ và $t_2\in(0;2)$.

Suy ra $\sin x=\dfrac{t_1}{2}\in(-1;0)$ và $\sin x=\dfrac{t_2}{2}\in(0;1)$.

Với $\sin x=\dfrac{t_1}{2}\in(-1;0)$ thì phương trình có 2 nghiệm $-\pi<x_1<x_2<0$.

Với $\sin x=\dfrac{t_2}{2}\in(0;1)$ thì phương trình có 2 nghiệm $0<x_3<x_4<\pi$.

Vậy phương trình có 4 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-\pi;\pi]$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 25.

Lời giải:

Ta có: $y'=f'(x+1)-g'(x+1)$. Cho $y'=0 \Leftrightarrow f'(x+1)=g'(x+1)$.

Dựa vào đồ thị phương trình: $f'(x+1)=g'(x+1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=-2 \\ x+1=0 \\ x+1=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=-1 \\ x=0 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-3		-1		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
y		↗		↘		↘		↗	

Hàm số đạt cực tiểu tại $x_0=0$.

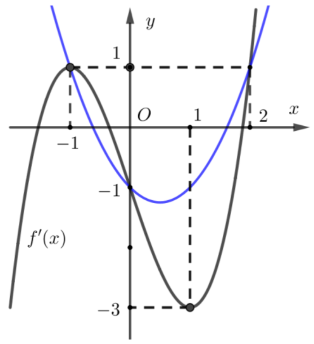
$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 26.

Lời giải:

Ta có $g'(x) = f'(x) - x^2 + x + 1; g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x^2 - x - 1$.

Vẽ Parabol $y = x^2 - x - 1$ trên cùng hệ trục tọa độ với $f'(x)$.



Từ đồ thị, ta thấy phương trình $g'(x) = 0$ có 3 nghiệm đơn $-1; 0; 2$.

Bảng biến thiên

x	-1		0		1		2
$g'(x)$	0	$+$	0	$-$	|	$-$	0
$g(x)$	$g(-1)$	$\nearrow$	$g(0)$	$\searrow$	$g(1)$	$\searrow$	$g(2)$

Từ bảng biến thiên, ta có $g(0) > g(1) \Rightarrow g(0) - g(1) > 0$.

Lại có $g(-1) + g(1) > g(0) + g(2) \Rightarrow g(-1) - g(2) > g(0) - g(1) > 0 \Rightarrow g(-1) > g(2)$.

Vậy $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $[-1; 2]$ bằng $g(2)$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 27.

Lời giải:

Xét hàm số $y = g(x) = f(3f(x) - 5) \Rightarrow g'(x) = 3f'(x).f'(3f(x) - 5)$.

Suy ra $g'(x) = f'(x).f'(3f(x) - 5) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2; x = 4; x = 7 \to 3 cuc\,tri \\ f'(3f(x) - 5) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3f(x) - 5 = -2 \\ 3f(x) - 5 = 4 \\ 3f(x) - 5 = 7 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = 1 \\ f(x) = 3 \\ f(x) = 4 \end{array}\right. \end{array}\right..$$

Với phương trình $f(x) = 1$ cho ta 4 nghiệm đơn $\to$ cho ta 4 điểm cực trị tương ứng.

Với phương trình $f = 3$ cho ta 1 nghiệm kép và 2 nghiệm đơn $\to$ cho ta 2 điểm cực trị tương ứng.

Với phương trình $f(x) = 4$ cho ta 1 nghiệm kép. Suy ra hàm số $y = f(3f(x) - 5)$ có 9 điểm cực trị.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 28.

Lời giải:

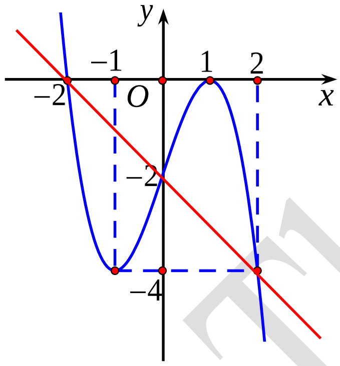
Ta có: $g(x)=f(2+x)+\dfrac{x^2}{2}+4x-1 \Rightarrow g'(x)=f'(2+x)+x+4$

$g'(x)\ge 0 \Leftrightarrow f'(2+x)+x+4\ge 0$

$\Leftrightarrow f'(2+x)\ge -(2+x)-2$.

Đặt $t=2+x \Rightarrow f'(t)\ge -t-2$.

Vẽ đường thẳng $y=-t-2$ và đồ thị hàm số $f'(t)$ trên cùng một hệ trục.



Hàm số $g(x)$ đồng biến biến $\Leftrightarrow g'(x)\ge 0 \Leftrightarrow f'(t)\ge -t-2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t\le -2 \\ 0\le t\le 2 \end{array}\right.$

Như vậy $f'(2+x)\ge -(2+x)-2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2+x\le -2 \\ 0\le 2+x\le 2 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\le -4 \\ -2\le x\le 0 \end{array}\right.$.

Vậy hàm số $g(x)=f(2+x)+\dfrac{x^2}{2}+4x-1$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-4)$ và $(-2;0)$.

Mà $(-2;-1)\subset(-2;0)$ nên hàm số $g(x)=f(2+x)+\dfrac{x^2}{2}+4x-1$ đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 29.

Lời giải:

Ta có: $\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}=m.u(x)\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}}{u(x)}=m$.

Dựa vào biến thiên ta có trên $[0;5]$ thì giá trị: $1\le u(x)\le 4$.

Xét hàm số: $f(x)=\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}$ trên đoạn $[0;5]$.

Ta có: $f'(x)=\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{x}}-\dfrac{1}{\sqrt{10-2x}}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\sqrt{3(10-2x)}=2\sqrt{x}\Leftrightarrow 3(10-2x)=4x\Leftrightarrow x=3$.

Bảng biến thiên:

x	0		3		5
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0
$f(x)$	$\sqrt{10}$	$\nearrow$	5	$\searrow$	$\sqrt{15}$

Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow\sqrt{10}\le f(x)\le 5$.

Mặt khác ta có: $\max\limits_{[0;5]}\dfrac{f(x)}{u(x)}=5\Leftrightarrow\begin{cases}\max f(x)=f(3)=5\\ \min u(x)=u(3)=1\end{cases}$.

$\min\limits_{[0;5]}\dfrac{f(x)}{u(x)}=\dfrac{\sqrt{10}}{4}\Leftrightarrow\begin{cases}\min f(x)=f(0)=\sqrt{10}\\ \max u(x)=u(0)=4\end{cases}$.

Do hàm số $u(x)$ và $f(x)$ lên tục trên đoạn $[0;5]$ Do đó: $\dfrac{\sqrt{10}}{4}\le\dfrac{f(x)}{u(x)}\le 5$ với mọi $x\in[0;5]$.

Phương trình $\dfrac{\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}}{u(x)}=m$ có nghiệm trên đoạn $[0;5]$ $\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{10}}{4}\le m\le 5$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{1;2;3;4;5\}$. Vậy có 5 giá trị m thỏa mãn.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án C.

Câu 30.

Lời giải:

Đặt: $t = 2x^3 - 6x + 2 \Rightarrow t' = 6x^2 - 6;\ t' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên:

x	-1		1		2
t'		$-$	0	$+$	0
t	6	$\searrow$	-2	$\nearrow$	6

Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow t \in [-2;6]$.

Ứng với mỗi giá trị $t \in (-2;6]$ thì sẽ có 2 nghiệm x thỏa mãn.

Để phương trình $f(2x^3 - 6x + 2) = m$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1;2]$.

Phương trình $f(t) = m$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc $(-2;6]$.

$\Leftrightarrow 0 < m < 2, m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 1$ hay m có 1 giá trị.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***